Náhodný pokus, náhodný jav

V prírode a v živote určité javy sú riadené zákonmi. Najviac takýchto zákonov sme mohli stretnúť vo fyzike. Tieto tvrdenia preto sa volajú zákony, lebo pri dodržaní určitých podmienok (okolností), záver je vždy rovnaký.

pr.: Newtonov I. pohybový zákon (zákon zotrvačnosti): Teleso zotrváva v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, kým nie je nútený vonkajšími silami tento svoj stav zmeniť.

Táto časť matematiky sa nezaoberá s takýmito alebo inými zákonmi (hoci teoreticky ani zákony nie sú „stopercentné“), ale práve takými javmi, kde záver nie je predurčený. Takéto pokusy nazývame náhodnými.

D. ***Náhodný pokus*** je taká činnosť, ktorej výsledok je neistý, závisí od náhody – minimálne dvojakým záverom môže končiť.
pr.: hádzanie kockou; hádzanie mincou; vytiahnutie karty; vytiahnutie farebnej gule z urny; streľba do terča; …

Teória pravdepodobnosti je „čistá“ idealizovaná teória. Asi každý pozná odpoveď na jednoduchú otázku: „Aká je pravdepodobnosť toho, že na regulárnej hracej kocke padne šestka?“. Rovná sa jedna ku šesť – alebo jedna šestina. Preto je to idealizované, lebo keby svet fungoval podľa tejto teórie, potom ozajstnými pokusmi by sme mali dostať tú istú hodnotu (napríklad: po 60 pokusoch v rovnakom počte by padli všetky steny kocky – presne desaťkrát). Tieto pokusy ale patria do ďalšej časti matematiky: do matematickej štatistiky. Keď človek urobí 60 pokusov s kockou tie čísla (pravdepodobne) nebudú rovnaké. Dokonca, možno ani jedna stena nepadne práve desaťkrát.

D. ***Náhodný jav*** je konkrétne tvrdenie o výsledku náhodného pokusu.

Na zápis náhodných javov používame veľké tlačené písmená zo začiatku abecedy. Väčšina symbolov a niektoré pojmy sú rovnaké s tými aké používame v teórii množín.

pr.: A – Na kocke padne párne číslo.
B – Na minci padne hlava (číslo, panna).
C – Vytiahnutá karta (sedmové) bude dolník.
D – Vytiahnutá guľa bude červená.
E – Strelec trafí aspoň 8.

elementárny jav – nedá sa rozložiť na ďalšie javy (ω_1; ω_2; ω_3; …) – pr.: jav B
zložený jav – môžeme deliť (rozložiť) na ďalšie javy (nemusia byť elementárne) – pr. jav C, E
C_1 – dolník: červeň, zeleň
C_2 – dolník: žaluď, guľa

Dva špeciálne javy poznáme:
nemožný jav – taký výsledok náhodného pokusu, ktorý nemôže nastať nikdy
zápis: $\emptyset$ (viď. prázdna množina)
pr.: Na kocke padne nula.

istý jav – taký výsledok náhodného pokusu, ktorý vždy nastane
zápis: I alebo Ω (základná množina – množina všetkých náhodných javov)
pr.: Na kocke padne prirodzené číslo.

Množinu všetkých elementárnych javov ako výsledkov náhodného pokusu označujeme písmenom Ω. Je to jedna konečná množina, v ktorej pravdepodobnosť jednotlivých elementárnych javov je väčšinou rovnaká.

$\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \ldots; \omega_n\}$

$\Omega_A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$\Omega_B = \{\text{hlava}; \text{znak}\}$

Podobne ako pri množinách, aj s javmi môžeme vykonať určité operácie – tým vytvoríme nové javy, alebo vyjadríme vzťah medzi javmi.

Operácie s náhodnými javmi

1. rovnosť (ekvivalentnosť) náhodných javov – obsahujú tie isté elementárne javy
A – Na kocke padne párne číslo.
F – Na kocke padne číslo 2, 4 alebo 6.
$A = F$

2. prienik náhodných javov – súčasne nastanú obidva javy (prienik)

G – Na kocke padne prvočíslo.

$A \cap G$ – Na kocke padne číslo 2.

D. Javy sú ***nezlučiteľné*** (disjunktné), ak súčasne nemôžu nastať (ich prienik je nemožný jav).

H – Na kocke padne číslo 1.

$A \cap H = \emptyset$

3. zjednotenie náhodných javov – ak nastane aspoň jeden z javov

J – Na kocke padne číslo väčšie ako 3.

$A \cup J$ – Na kocke padne číslo 2, 4, 5 alebo 6.

4. „podjav" (jav A má za následok jav B) – ak nastane jav A potom aj jav B

K – Na kocke padne číslo 4.

$K \subset A$

3. opačný (doplnkový) jav (k javu …) – prienik opačného javu s javom je nemožný jav a zjednotením je istý jav

$\overline{A}$ – Na kocke padne nepárne číslo.

$A \cap \overline{A} = \emptyset \wedge A \cup \overline{A} = \Omega$

V. $\forall A \in \Omega$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \Omega = A$

$A \cup \Omega = \Omega$

V. (De Morgan)

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$